

Log / Função Logarítmica

1) Calcule:

a) $\text{Log}_{\frac{1}{2}}^8$

b) $\text{Log}_2^{\sqrt{2}}$

c) $\text{Log}_7^{\sqrt[3]{343}}$

d) $\text{Log}_{32}^{0,125}$

e) 9Log_3^7

2) Calcule:

a) $E = \text{Log}_{10}^{0,001} + \text{Log}_2^{1/16}$

b) $\text{Log}_3^5 \cdot \text{Log}_{25}^{81}$

3) Calcule $\log a/b/c^3$, sendo $\log a = \frac{1}{2}$, $\log c = -1$ e $\log b = \frac{1}{4}$

4) Dados $\text{Log}_a^m = 11$ e $\log_a^n = 6$. Calcule $\text{Log}_a m^3 n^2$.

5) Determine o valor de x:

a) $\text{Log}_{10}^{\sqrt{x}} + \text{Log}_{100}^x = 2$

b) $10\text{Log}1 \cdot 2\text{Log}x = \text{Log}18 - \text{Log}2$

6) Uma pessoa aplicou uma quantia inicial em um determinado fundo de investimento. Suponha que a função F , que fornece o valor, em reais, que essa pessoa possui investido em relação ao tempo t , seja dada por:

$$F(t) = 100(1,2)^t.$$

O tempo t , em meses, é contado a partir do instante do investimento inicial.

a) Qual foi a quantia inicial aplicada?

b) Utilizando os valores aproximados $\log_{10}^2 = 0,3$ e $\log_{10}^3 = 0,48$, quantos meses, a partir do instante do investimento inicial, seriam necessários para que essa pessoa possuísse, no fundo de investimento, uma quantia igual a R\$ 2.700,00?

7) Um forno elétrico estava em pleno funcionamento quando ocorreu uma falha de energia elétrica, que durou algumas horas. A partir do instante em que ocorreu a falha, a temperatura no interior do forno pôde ser expressa pela função:

$$T(t) = 2^t + 400 \times 2^{-t}$$

com t em horas, $t \geq 0$, e a temperatura em graus Celsius.

a) Determine as temperaturas do forno no instante em que ocorreu a falha de energia elétrica e uma hora depois.

b) Quando a energia elétrica voltou, a temperatura no interior do forno era de 40 graus. Determine por quanto tempo houve falta de energia elétrica. (Use a aproximação $\log_2 5 = 2,3$.)

8) Uma reserva florestal possui 10000 árvores. Determine em quantos anos a quantidade de árvores estará reduzida à oitava parte, se a função que representa a quantidade de árvores por ano é $y(t) = 10000 \cdot 2^{-t}$

9) Construa o gráfico da função:

a) $f(x) = \log_3 x$

b) $f(x) = \log_{1/3} x$

10) Sendo $\log 2 = a$ e $\log 3 = b$, o valor do $\log_9 160$ é igual a:

11) Sendo $\log 2 = a$ e $\log 3 = b$, expresse o logaritmo de 72 na base 10 em função de a e b.

12) Determine o conjunto solução da equação $\log_2(x^2 - 7x + 10) - \log_2(x - 5) = \log_2 10$.

13) Sabendo que $\log 20 = 1,3$ e $\log 5 = 0,7$, calcule \log_5^{20} .

14) Considere o gráfico das funções reais $f(x) = 2\log x$ e $g(x) = \log 2x$, nos seus respectivos domínios de validade. A respeito dos gráficos de f e g, é correto afirmar que:

- a) não se intercepta.
- b) se interceptam em apenas um ponto.
- c) se interceptam em apenas dois pontos.
- d) se interceptam em apenas três pontos.
- e) se interceptam em infinitos pontos.

15) Em 1996, uma indústria iniciou a fabricação de 6000 unidades de certo produto e, desde então, sua produção a cada ano é dada por $p(x) = 6000 \cdot (1,2)^x$, onde p é a quantidade e x é o tempo. Nessas condições, em que ano a produção foi igual ao triplo da de 1996? (Dados: $\log 2 = 0,30$ e $\log 3 = 0,48$).

16) A expressão $N(t) = 1500 \cdot 2^{0,2t}$ permite o cálculo do número de bactérias existentes em uma cultura, ao completar t horas do início de sua observação (t=0). Após quantas horas da primeira observação haverá 250000 bactérias nessa cultura? (use $\log 2 = 0,30$ e $\log 3 = 0,48$)

17) Economistas afirmam que a dívida externa de um certo país crescerá segundo a lei $y = 40 \cdot 1,2^x$, sendo y o valor da dívida (em bilhões de dólares) e x o número de anos transcorridos após a divulgação dessa previsão. Em quanto tempo a dívida estará estimada em 90 bilhões de dólares? (dados: $\log 2 = 0,3$ e $\log 3 = 0,48$)

18) Felipe aplicou R\$500,00 em um fundo de investimento que rende 1% ao mês. Conforme aprendemos em Matemática Financeira, o montante (valor inicial + juros recebidos) dessa aplicação, daqui a n meses, pode ser expresso por $M(n) = 500 \cdot (1,01)^n$

a) Qual é o tempo mínimo necessário que Felipe deve manter o dinheiro aplicado a fim de resgatar R\$800,00? (Use $\log 2 = 0,3$ e $\log 1,01 = 0,004$)

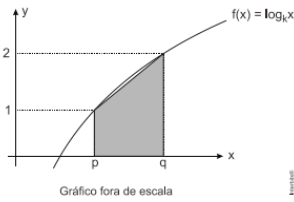
19) A Escala e Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como MW), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. MW e MO se relacionam pela fórmula:

$$MW = -10,7 + \frac{2}{3} \log Mo$$

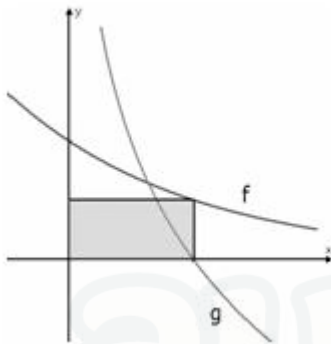
Onde Mo é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina.cm. O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude $MW = 7,3$.

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico Mo do terremoto de Kobe (em dina.cm)?

20) Na figura abaixo, dois vértices do trapézio sombreado estão no eixo x e os outros dois vértices estão sobre o gráfico da função real $f(x) = \log_k x$, com $k > 0$ e $k \neq 1$. Sabe-se que o trapézio sombreado tem 30 unidades de área, determine o valor de $k + p - q$.

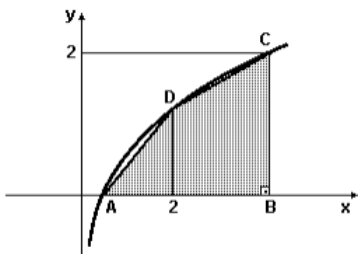


21) Na figura abaixo, a área do retângulo sombreado é $\frac{1}{2}$, e as curvas são gráficos das funções $f(x) = a^x$ e $g(x) = \log_a x$, sendo a um número real positivo.



Determine o valor de $f(2) - g(2)$.

22) (Ufjf) Na figura a seguir, encontram-se representados o gráfico da função $f :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \log_2 x$, e o polígono ABCD. Os pontos A, C e D estão sobre o gráfico de f . Os pontos A e B estão sobre o eixo das abscissas. O ponto C tem ordenada 2, o ponto D tem abscissa 2 e BC é perpendicular ao eixo das abscissas.



Sabendo que os eixos estão graduados em centímetros, determine a área do polígono ABCD.

Gabarito

1)a)-3

b)1/2

c)3/2

d)-3/5

e)49

f) $x = 1$ e $x = 2$

g)49

2)-7

b)2

3)19/8

4)45

5)a)100

b)3

6)a)100 reais

b)18 meses

7)a) 401°C e 202°C

b)4,3h

8) 3 anos

9)Gráfico

10) $\frac{4a+1}{2b}$

2b

11)3a = 2b

12)12

13)1,857

14)B

15)2002

16)37 horas

17)4,5

18)50 meses

19) 10^{27}

20)-15

21)5/4

22)3,5cm²

