

Progressão Geométrica

P.G. é qualquer sequência em que cada termo, a partir do segundo, resulta da multiplicação do termo anterior por uma dada constante (q).

Exemplo: (1,3,9,27,81,243) \longrightarrow $q = a_2/a_1 = 3/1 = 3$

1.Classificação:

a) P.G. crescente:

$q > 1$ e seus termos são positivos $\rightarrow (1, 2, 4, 8, \dots) \rightarrow q = 2$

ou $0 < q < 1$ e seus termos são negativos $\rightarrow (-2, -1, -1/2, -1/4, \dots) \rightarrow q = 1/2$

b) P.G. decrescente:

$q > 1$ e seus termos são negativos $\rightarrow (-1, -3, -9, -27, \dots) \rightarrow q = 3$

ou $0 < q < 1$ e seus termos são positivos $\rightarrow (12, 6, 3, 3/2, 3/4, \dots) \rightarrow q = 1/2$

c) P.G. constante:

$q = 1 \rightarrow (9, 9, 9, 9, \dots)$

2.Notação especial:

P.G. de 3 termos: $(x/q, x, x \cdot q)$ ou (x, xq, xq^2)

P.G. de 4 termos: (x, xq, xq^2, xq^3)

P.G. de 5 termos: $(x/q^2, x/q, x, xq, xq^2)$

3.Fórmula do termo geral:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

a_n = termo geral

a_1 = primeiro termo

n = número de termos

q = razão da P.G.

S_n = soma finita

S_∞ = soma infinita

4.Soma finita dos termos da PG:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

5.Soma infinita dos termos da PG:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q} \longrightarrow -1 < q < 1$$

5. Propriedades:

a) Média geométrica: Em uma P.G. com número ímpar de termos, o termo médio é a média geométrica entre os extremos.

$$(a, b, c) \longrightarrow b^2 = a \cdot c$$

b) Termos eqüidistantes: Em toda P.G. finita, o produto de dois termos eqüidistantes dos extremos é igual ao produto dos extremos.

(2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512)

$$2 \cdot 512 = 4 \cdot 256 = 8 \cdot 128 = 16 \cdot 64 = 1024$$

$$1 - q$$

6. Interpolação Geométrica:

Em toda sequência finita os termos a_1 e a_n são chamados extremos e os demais são chamados meios. Assim, na P.G. (2,4,8,16, 32) os extremos são 2 e 32 enquanto os meios são 4,8 e 16.

Exercício Resolvido:

1-Determine o 10º termo da PG (1/3, 1, 3, ,...)

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_{10} = \frac{1}{2} \cdot 2^{10-1}$$

$$a_{10} = 2^8 = 256$$

2-Calcule a soma dos 10 primeiros termos da PG (80, 40, 20,...)

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_{10} = \frac{80 \cdot (\frac{1}{2}^{10} - 1)}{\frac{1}{2} - 1}$$

$$S_{10} = 5115/32$$