Sistema Linear – Escalonamento 2

$$\begin{cases} x + 2y + z = 7 \\ 2x + 7y + z = 21 \\ -3x - 5y + 2z = -8 \end{cases} \xrightarrow{1º} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & 7 & 1 & 21 \\ -3 & -5 & 2 & -8 \end{bmatrix} \xrightarrow{2º} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & 7 & 1 & 21 \\ -3 & -5 & 2 & -8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & 7 & 1 & 21 \\ -3 & -5 & 2 & -8 \end{bmatrix} \xrightarrow{3º} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & 7 & 1 & 21 \\ -3 & -5 & 2 & -8 \end{bmatrix}$$

$-2.L1 + L2 = L2$

1º: multiplicar a 1ª por -2 e somar com a 2ª

$$\begin{array}{rrrr} -2 & -4 & -2 & -14 \\ +\; 2 & 7 & 1 & 21 \\ \hline 0 & +3 & -1 & 7 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 0 & 3 & -1 & 7 \\ -3 & -5 & 2 & -8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 0 & 3 & -1 & 7 \\ -3 & -5 & 2 & -8 \end{bmatrix} \xrightarrow{4º} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 0 & 3 & -1 & 7 \\ -3 & -5 & 2 & -8 \end{bmatrix}$$

$3.L1 + L3 = L3$

$$\begin{array}{rrrr} 3 & 6 & 3 & 21 \\ +\; -3 & -5 & 2 & -8 \\ \hline 0 & 1 & 5 & 13 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 0 & 3 & -1 & 7 \\ 0 & 1 & 5 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 0 & 3 & -1 & 7 \\ 0 & 1 & 5 & 13 \end{bmatrix} \xrightarrow{5º} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 0 & 3 & -1 & 7 \\ 0 & 1 & 5 & 13 \end{bmatrix}$$

$-3.L3 + L2 = L3$

$$\begin{array}{rrrr} 0 & -3 & -15 & -39 \\ +\; 0 & 3 & -1 & 7 \\ \hline 0 & 0 & -16 & -32 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 0 & 3 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & -16 & -32 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 0 & 3 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & -16 & -32 \end{bmatrix} \xrightarrow{6º} \begin{cases} x + 2y + z = 7 \\ 3y - z = 7 \\ -16z = -32 \end{cases} \begin{array}{l} \rightarrow x + 2(3) + 2 = 7 \text{ -> } x = -1 \\ \rightarrow 3y - 2 = 7 \text{ -> } y = 3 \\ \rightarrow Z = -32/-16 \text{ -> } z = 2 \end{array}$$

S= {-1,3,2) SPD

Discussão de um Sistema Linear

Primeiro caso: sistemas lineares cujo número de equações é igual ao número de incógnitas.

A discussão de um sistema linear cujo número de equações é igual ao número de incógnitas pode ser feita através do determinante dos coeficientes auxiliado pelo método do escalonamento.

Exemplo:

Vamos discutir o sistema

A $\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ mx + 4y = 1 \end{cases}$

Sendo D o determinante dos coeficientes do sistema, temos D ≠ 0, garantindo assim que A seja SPD. Isto é.

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ m & 4 \end{vmatrix}$$

2m 12

12 – 2m ≠ 0

2m ≠ 12

m ≠ 6

Logo, o sistema é possível e determinado para m ≠ 6

Por outro lado, para m = 6 temos D = 0. Nesse caso o A pode ser SPI ou SI.

Para descobrir qual das duas alternativas é correta, basta substituir m = 6 em A e escalonar o sistema:

m=6

$$\begin{cases} 3x + 2y = 2 & \xrightarrow{\text{x}} -2 \\ 6x + 4y = 1 & \xleftarrow{+} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 0x + 0y = -3 \end{cases}$$

Concluímos que, para m = 6 o sistema é impossível, então:

m≠6 -> SPD

m = 6 -> SI

Segundo caso: sistemas lineares cujo número de equações é diferente do número de incógnitas.

Escalonando o sistema, temos:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 & \xrightarrow{\text{x}} -2 \\ 2x + 4y \; + mz \; = 1 & \xleftarrow{+} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 0x + 0y \; + (m+2)z \; = 1 \end{cases}$$

Note que m + 2 = 0, então o sistema é impossível

Se m + 2 ≠ 0, o sistema é possível e indeterminado.

m= -2 -> SI   m ≠ -2 -> SPI